

文章编号: 1000-8055(2006)06-1037-06

# 腔内平板对空腔自激励振荡的影响及 预估振荡频率方程的改进

司海青, 王同光, 宗慧英

(南京航空航天大学 航空宇航学院, 江苏 南京 210016)

**摘 要:** 运用全隐式无分裂方法, 紊流模型采用修正的 B-L 代数模型, 数值模拟了超音速流通过腔内存在平板的空腔流动。研究了腔内有不同长度平板存在的空腔流动的剪切层自持性振荡, 并与无平板存在时的现象进行类比。腔内平板将剪切层与空腔隔开, 减弱了剪切层振荡与空腔压强脉动的耦合作用; 随着腔内平板长度的增加, 剪切层振荡的程度有所减小。基于特征长度可变的想法, 本文改进了 Heller 的频率预估方程, 改进后的频率方程能更好地预估空腔的振荡频率。与 Heller 的方程相比, 修改后的方程预估所得到的频率值更接近于闭式空腔声学模型方程的预估结果; 各个方程预估空腔振荡频率值的比较进一步验证了改进后的方程的正确性及合理性。

**关 键 词:** 航空、航天推进系统; 全隐式无分裂方法; N-S 方程; 空腔流动振荡; 预估振荡频率方程

中图分类号: V211.3

文献标识码: A

## Influence of the plate on the cavity flow-induced oscillations and the modification of the oscillation frequency equation

SI Hai qing, WANG Tong guang, ZONG Hui Ying

(College of Aerospace Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** A numerical solution of the three-dimensional URANS equation was presented using the fully implicit unfactored methods, where the turbulent coefficient was calculated based on the revised B-L turbulence model, and numerical simulations were implemented for supersonic three-dimensional open cavities. The self-sustained oscillatory motion of the shear layer was studied for plates with different lengths. The plate in the cavity isolates the shear layer and the cavity, and therefore reduces the coupling between the cavity pressure fluctuations and the shear layer. The oscillation of the shear layer decreases with the increase of the plate length. Based on the different characteristic lengths, Heller's frequency equation was modified. The frequencies predicted by the modified equation agree with those by the closed-box acoustic model; several comparisons demonstrate the validity of the modified equation.

**Key words:** aerospace propulsion system; fully implicit unfactored method; N-S equations; cavity flow-induced oscillation; predicted oscillation frequency equation

收稿日期: 2005-12-12; 修订日期: 2006-03-26

作者简介: 司海青(1976-), 男, 山东邹城人, 南京航空航天大学航空宇航学院空气动力系博士生, 主要从事计算流体力学方面的研究。

从上个世纪 50 年代开始,空腔流动的试验及数值模拟研究一直在受到研究者的青睐。在 1964 年,Rossiter<sup>[1]</sup>根据实验提出了预估空腔振荡频率的半经验模型,该模型适用于马赫数为亚音速、跨音速的情况,随后,半经验模型由 Heller<sup>[2]</sup>等人进行修改。但是,随着马赫数的增加,特别是当马赫数大于或等于 2 时,剪切层与空腔声场的耦合作用越来越小,后者的作用越来越大,Heller 方程则不能够准确地预估频率。因此,根据特征长度可变的思想,本文对 Heller 的频率预估方程进行了修改,改进后的频率方程能更好地预估腔内有物体存在的空腔的振荡频率,预估的频率值更接近于空腔声学模型方程<sup>[3]</sup>的预估值。

目前,就空腔几何形状的复杂性而言,空腔流动的试验研究<sup>[3,4]</sup>比数值模拟研究<sup>[5]</sup>发展的相对较快。文献[3]对腔内有盖子的空腔流也进行了实验研究;文献[4]实验研究了空腔内有外挂物存在的空腔流动,等等。然而,类似于文献[3、4]中的复杂问题的数值模拟研究至今很少看到。

高速飞行的战机在释放武器时,敞开的舱门会对空腔的流动产生很大的影响。文献[3]用平板代替舱门板进行了类似的实验研究。该实验对腔内平板的一个位置(平板长度为空腔长度的 5/6 时)进行了研究,其它位置的情况会对空腔流有怎样的影响,我们还未知道。因此,基于该文献提供的空腔几何模型,本文对其它几个位置的情况也进行了较细致的数值模拟。

1 控制方程及数值方法

在笛卡尔坐标系下,三维雷诺平均 Navier-Stokes 方程的无量纲形式的表达式为:

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial (\mathbf{F}_i + \mathbf{F}_v)}{\partial x} + \frac{\partial (\mathbf{G}_i + \mathbf{G}_v)}{\partial y} + \frac{\partial (\mathbf{H}_i + \mathbf{H}_v)}{\partial z} = 0$$

其中, $\mathbf{Q}=(\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho E)^T$  是守恒变量向量, $\mathbf{F}_i, \mathbf{G}_i, \mathbf{H}_i$  为对流项通量向量, $\mathbf{F}_v, \mathbf{G}_v, \mathbf{H}_v$  为粘性项通量向量。层流粘性系数由 Sutherland 公式控制,紊流粘性系数由修正的 Baldwin-Lomax 代数紊流模型<sup>[6]</sup>计算。

基于多块结构网格,运用格心有限体积法离散控制方程。对流项的离散运用 Roe 格式,MUSCL 变量插值方法可以提供高阶精度, Van Albada 的限制器可以消除激波附近的非物理振荡。粘性项的离散运用中心方法。时间离散采用隐式双时间方法即采用一种全隐式无分裂方法<sup>[7]</sup>求解引入虚时间后的半离散方程。对于虚时间离

散后的代数方程组的系数矩阵,先采用块不完全 LU 分解方法进行预处理,然后,再通过 GMRES \* 方法求解此方程组。该方法可以使得每一次时间的迭代步数大大减少,从而减少非定常计算的时间,提高工作效率。

空腔壁面边界及腔内平板表面采用无滑移绝热边界条件;进口边界采用给定来流条件,在边界层范围内通过估算的紊流附面层速度型(如速度分布满足 1/7 幂次律)给定;对称面上采用对称边界条件;上边界、侧边界采用远场边界条件;出口边界采用外插条件。空腔上部的初始流场为给定的来流条件,空腔内部的初始流场为零流场。

2 几何模型

图 1 仅给出了对称面处空腔以及其内部平板的简化几何形状。空腔长度  $L=15.24\text{ cm}$ ,宽度  $W=7.62\text{ cm}$ ,深度  $H=2.54\text{ cm}$ 。 $L/H=6, W/H=3$ ,该空腔属于开式空腔。图 1 中覆盖在腔内的平板长度为  $12.7\text{ cm}$ ,宽度为  $7.62\text{ cm}$ ,厚度为  $0.3175\text{ cm}$ 。平板的前缘呈现为楔形。平板的上表面与空腔口所在平面的距离为  $0.508\text{ cm}$ 。文献[3]仅对平板长度为  $12.7\text{ cm}$  情况进行了实验研究,在此基础上,本文分别又对不同平板长度(平板长度分别为  $7.62\text{ cm}, 10.16\text{ cm}$ ,且平板的位置没有发生改变)的空腔流进行了数值模拟。

图 2~ 图 3 给出了图 1 中空腔前后缘附近及腔内平板前后缘附近的网格分布。由图可以看出,为更好地模拟出剪切层的振荡现象,在空腔前部、后部,空腔口部、平板附近以及空腔壁面都要布置比较密集的网格。对于平板长度分别为  $7.62\text{ cm}, 10.16\text{ cm}$  的情形,网格布置方法与图 2~ 图 3 中的相同。空腔流动关于空腔的中心线是对称的,数值模拟这种流动时,计算所需要的网格沿着中心线一般取为整个空腔网格的一半,这不但可以节省内存及存储量,而且可以减少计算时间。

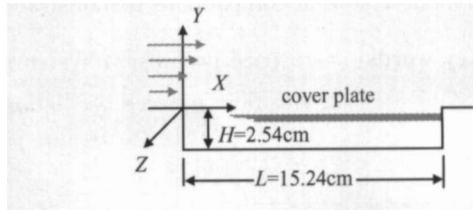


图 1 空腔与腔内平板的简化形状(对称面)  
Fig.1 A schematic of the cavity geometry

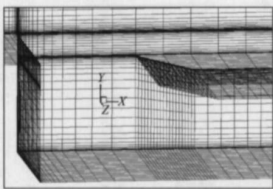


图 2 空腔前缘、平板前缘处网格分布  
Fig. 2 Computational grid at the forward bulkhead and along the leading of the cover plate

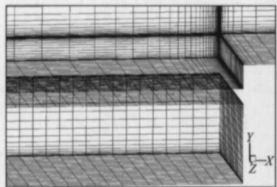


图 3 空腔后缘、平板后缘处网格分布  
Fig. 3 Computational grid at the rear bulkhead and along the trailing of the cover plate

3 结果与讨论

数值模拟腔内有、无平板存在的空腔流动时, 来流的马赫数均为 2.0, 雷诺数为  $17.92 \times 10^6$ , 总压 0.26 MPa, 总温 292 K, 来流速度为 510 m/s。无平板存在、平板长度为 12.7 cm、平板长度为 10.16 cm、平板长度为 7.62 cm, 这 4 种情况所对应的空腔计算网格数分别为:  $171 \times 91 \times 37$ ,  $181 \times 111 \times 35$ ,  $171 \times 111 \times 35$ ,  $151 \times 111 \times 35$ 。数值方法中的 CFL 数为 20, 时间步长数为 0.001, 定义特征时间  $t_c = L/U_\infty$ 。本文的几个算例均在大型并行机上运行。所有的运算时间约为  $53t_c$ , 一个  $t_c$  相当于 0.2988 微秒。

3.1 流动激起的剪切层振荡

图 4~ 图 7 分别为以上 4 种情况在无量纲时间  $T = 50.0$  所对应的马赫数等值线。流体由左至右流动, 为了更清晰地看到空腔内的流动特征, 图中每个时刻仅给出了空腔的对称面、腔内平板表面、空腔底部、空腔后壁面的等马赫线。无平板存在的空腔流动情况如图 4 所示, 在前缘处, 剪切层的形状比较平直, 然而, 在空腔口的中后部, 剪切层发生形变, 出现了自激起的振荡现象。由时刻  $T = 50.0$  的等马赫线图, 可以明显地看到剪切层的变化, 由于它不断产生变形, 空腔口上部附近出现了一系列的压缩波、膨胀波; 在空腔内部, 可发现后壁面处存在着大的后缘涡现象, 后壁面与底部的角落处也出现了一个二次小涡。

图 5~ 图 7 为腔内存在平板时的流动情况。由于平板距离空腔口所在平面仅有 0.508 cm, 它将剪切层和空腔分隔开来, 平板的存在使得剪切层的扰动影响减小, 剪切层的振荡程度有所减弱。与无平板的空腔流(图 4 所示)相比, 平板与空腔底部之间的流体速度比较慢, 尽管平板上部与空腔后缘角之间也存在小涡现象, 但是, 平板下部与空腔后部之间没有出现大的涡现象, 这与图 4 中的现象是不同的。由于没有大涡的驱动, Rossiter 模型中的反馈循环被打破, 剪切层振荡与空腔纯音的耦合作用明显地减弱, 此时, 空腔声学的主要作用却越来越强。因此, 在这种情况下, 与纯粹的空腔声学模型相比, Rossiter 模型就不能够再正确地预估空腔振荡频率。随着腔内平板的长度的增加(由 7.62 cm 至 12.7 cm), 剪切层振荡的程度有所减弱, 空腔口上部附近的压缩波、膨胀波也逐渐减少。

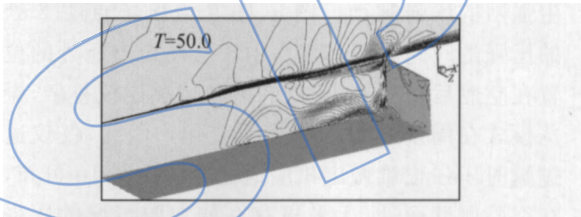


图 4 马赫数等值线(无平板存在时)  
Fig. 4 Mach contour for the clean cavity

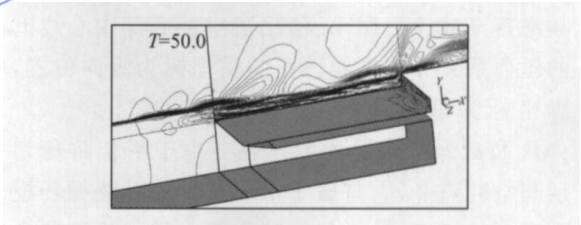


图 5 马赫数等值线(平板长度= 7.62 cm 时)  
Fig. 5 Mach contour (with the plate length = 7.62 cm)

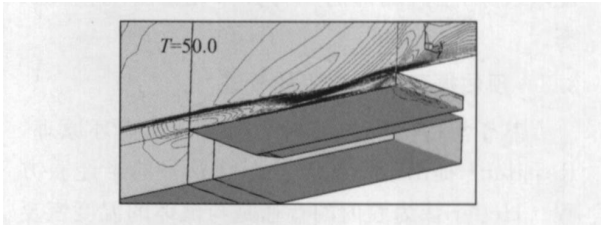


图 6 马赫数等值线(平板长度= 10.16 cm 时)  
Fig. 6 Mach contour (with the plate length = 10.16 cm)

3.2 脉动压强的比较

图 8、9、10 分别给出了 4 种情况下的点 1

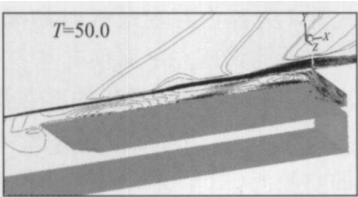


图 7 马赫数等值线(平板长度= 12.7 cm 时)  
Fig. 7 Mach contour ( with the plate length  
= 12.7 cm)

( $x/L=1.0, y/D=-0.125, z/W=0$ )、点 2( $x/L=1.0, y/D=-0.125, z/W=0.5$ )、点 3( $x/L=0.5, y/D=-0.125, z/W=1.0$ ) 处的压强随时间的变化曲线。图的横坐标为数值计算的时间迭代次数, 纵坐标为无量纲压强  $P/P_{inf}$ 。对于同一算例, 无论是腔内是否存在平板, 空腔后缘角处的压强振幅一般要大于空腔侧壁面处的压强, 因为空腔后缘角处会出现后缘涡与壁面发生碰撞, 会产生强烈的压强脉动。图 8、图 9 给出了点 1、2 处的压强的时间波形, 但是, 由于这两个点所处的位置在空腔后壁面上, 此处的流动情况比较复杂, 振荡模式在周期之间不断发生变化。因此, 仅仅通过瞬时压强很难做出相应地比较。由图 10 可知, 在空腔侧壁面处, 无平板存在的空腔情况的压强脉动的振幅及频率略大于有平板存在的情况; 随着平板长度的增加, 该点处的压强脉动的振幅及频率逐渐减小。图 11 给出了空腔底部中心线上的压力系数分布曲线。图的横坐标为流向位置, 纵坐标为静压系数  $C_p$ , 其中,  $C_p = 2[\bar{p} - (1/\sqrt{M_\infty^2})]$ ,  $\bar{p}$  为时间平均的压强。由于平板将剪切层与空腔隔开, 它打破了 Rossiter 的反馈循环模型存在的机理, 平板与空腔底部之间的流速非常低, 剪切层振荡几乎没有影响到空腔底部压强变化, 特别是在空腔后壁面处, 没有无平板时的压强陡增现象, 空腔底部的压力分布几乎呈现直线状态。

3.3 预估振荡频率方程的改进

基于涡脱落与声辐射之间的反馈循环原理, Rossiter<sup>[1]</sup> 提出了预估空腔振荡频率的半经验方程。Heller 认为腔内的音速是与流体的温度恢复因子有关的, 修改了 Rossiter 的半经验方程, 修改后的频率值设为  $f_n$ , 并记其表达式<sup>[2]</sup> 为方程 (1)。该预估方程一般适用于亚音速、低超音速流。闭式空腔声学模型方程一般适用于马赫数大于或等于 2 的高超音速流, 令其频率值为  $f_{An}$ , 记其表达式<sup>[8]</sup> 为方程 (2)。文献 [3] 曾指出: 该模型不能够

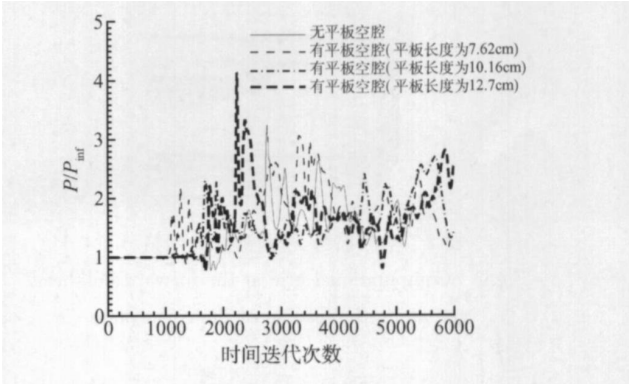


图 8 点 1 处的压强脉动  
Fig.8 Comparison of the pressure  
fluctuation for point 1

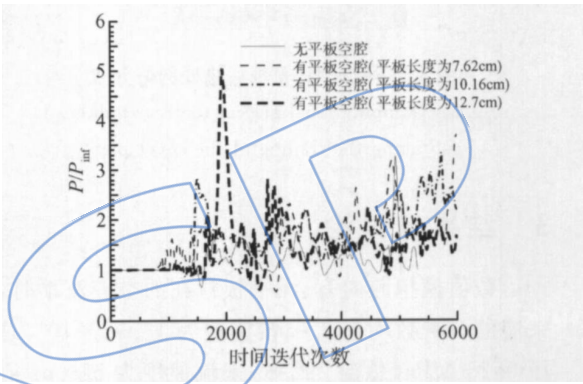


图 9 点 2 处的压强脉动  
Fig.9 Comparison of the pressure  
fluctuation for point 2

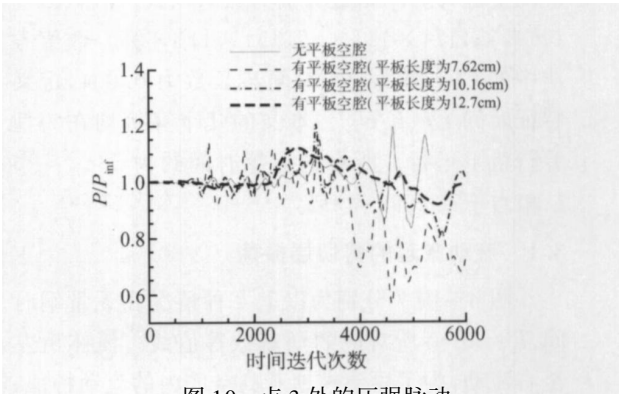


图 10 点 3 处的压强脉动  
Fig.10 Comparison of the pressure  
fluctuation for point 3

正确地预估低马赫数的流动。目前, 对于同一种空腔类型, 在所有提出的预估频率方程中, 它一般为空腔的长度或深度。  
在数值模拟空腔流时, 通常要定义一个特征时间  $t_c = \frac{L}{U_\infty}$ , 预估频率方程是与特征时间相关的。对于同一种空腔, 特征时间的大小取决于特

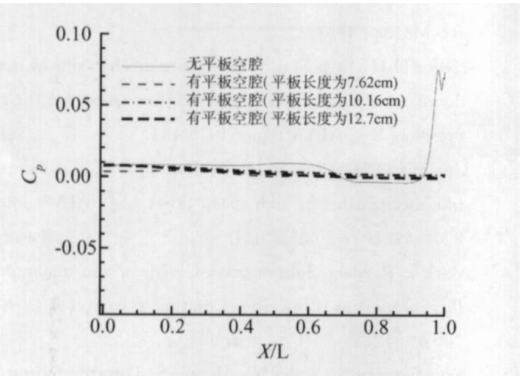


图 11 空腔底部中心线处的压力系数分布  
Fig. 11 Distribution of the static pressure coefficient along the center line in the floor

征长度的大小,从而,特征时间也会影响预估频率。对于腔内无其它物体存在的空腔类型来讲,特征长度的大小不变,一般取为空腔的长度或深度,迄今,这种做法被用到频率预估方程中。文献[4]曾提到:当腔内有其它物体存在时,这增加了问题的复杂性,可并没有进行这方面的讨论。另外,由马赫数等值线图,本文也发现:由于平板的存在,剪切层的振荡程度有所减小,可把该空腔分成两个部分:一部分流体位于空腔前缘与平板前缘之间,可视为一种类型的空腔;另一部分流体位于平板与空腔后缘角之间,可视为闭式空腔,并且,该部分在整个空腔流动中处于主导地位,相应地,这个阶段中剪切层的振荡模式就代表了整个空腔的振荡模式。由分析可知,当腔内有物体存在时,特征长度不应选取空腔的长度,而应选取物体的特征长度。因此,在预估振荡频率时,特征长度应发生变化,由平板的长度取代空腔的长度。

基于以上的新思想,本文对方程(1)进行改进,修改后的频率方程表达式为:

$$F_n = \frac{L}{L} * f_n, n = 1, 2, 3 \dots\dots \tag{3}$$

其中,  $F_n$  为本文修改后的第  $n$  阶模态所对应的频率,  $f_n$  为 Heller 的第  $n$  阶模态所对应的频率,  $L$  为腔内物体的特征长度,  $L$  为空腔的特征长度。方程(3)的适用范围为  $0 < L < L$ , 即空腔内存在物体。与方程(1)相比,方程(3)能较好地预估这种类型的空腔流动振荡频率,运用该方程计算得到的频率值更接近于闭式空腔声学模型的预估频率值;同时,方程(3)是在 Heller 方程的基础上修正的,这也克服了方程(2)内在的缺点(即预估低马赫数的流动振荡频率失准)。对来流马赫数为 2.0 及 5.0 的超音速流,运用本文方程(3)预估腔

内存在平板的空腔振荡频率,并与方程(1)、(2)的结果进行比较。

以图 1 中的几何形状为例来评价本文的方程(3),其中,空腔长度为  $L = 15.24\text{ cm}$ , 平板长度为  $L = 12.7\text{ cm}$ 。由表 1,表 2 可知,当马赫数为 2.0 时,方程(3)预估得到的振荡频率值更接近于闭式空腔声学模型方程,特别是二、三阶振荡模态,误差分别为 + 0.047%、+ 0.53%,误差百分数的表达式为:

$$\frac{F_n - f_{A_n}}{f_{A_n}} \times 100\%, n = 1, 2, 3, \dots$$

方程(1)预估所得到的振荡频率偏低,误差百分数比较大,最大误差为- 16.6%,最小误差为- 12.1%。与马赫数为 2.0 时相比,马赫数等于 5.0 时,尽管本文方程的预估值偏大,但本文预估方程所得振荡频率却比方程(1)更接近于闭式空腔声学模型方程所得结果。总之,表 1、2 中的频率比较足以说明本文修改后的预估方程能够预估马赫数较高的超音速流流过空腔的振荡频率,特别是马赫数在 2.0 附近,频率的预估更加准确。但当马赫数在 5.0 附近时,本文方程预估得到的振荡频率值略大,主要原因是:1) 方程(1)及本文方程(3)都是以 Rossiter 的反馈循环理论为基础进行修正的,它们与闭式空腔声学模型的理论基础是有所区别的;2) 当超音速气流的马赫数逐渐增加时,剪切层振荡与空腔声学的耦合作用逐渐减弱,后者的作用占据了主导地位。

| 表 1 预估频率的比较(马赫数= 2.0)                         |              |              |              |              |
|-----------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Table 1 Comparison of the predicted frequency |              |              |              |              |
| 预估方法                                          | 一阶振荡模态/( Hz) | 二阶振荡模态/( Hz) | 三阶振荡模态/( Hz) | 四阶振荡模态/( Hz) |
| 方程(2)                                         | 870.07       | 2140         | 3346.5       | 4350.4       |
| 方程(1)                                         | 764.43       | 1783.996     | 2803.66      | 3822.99      |
| (误差)                                          | - 12.1%      | - 16.6%      | - 16.2%      | - 12.1%      |
| 方程(3)                                         | 917.536      | 2141         | 3364.3       | 4587.6       |
| (误差)                                          | + 5.4%       | + 0.047%     | + 0.53%      | + 5.5%       |

| 表 2 预估频率的比较(马赫数= 5.0)                         |              |              |              |
|-----------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| Table 2 Comparison of the predicted frequency |              |              |              |
| 预估方法                                          | 一阶振荡模态/( Hz) | 二阶振荡模态/( Hz) | 三阶振荡模态/( Hz) |
| 方程(2)                                         | 0.66929k     | 1.5059k      | 2.2756k      |
| 方程(1)                                         | 0.77464k     | 1.8075k      | 2.8404k      |
| 方程(3)                                         | 0.7731k      | 1.8039k      | 2.8347k      |

4 结束语

本文数值模拟了高马赫数、高雷诺数的超音速流通过腔内存在不同长度平板的空腔流动。由于平板的存在, 它将剪切层与空腔分隔开, 降低了剪切层振荡与空腔压强脉动的耦合作用, 导致平板与空腔底部之间的流动速度非常小; 随着平板长度的增加, 剪切层振荡的幅度及频率有所减小。经过分析, 当腔内有物体存在时, 空腔的特征长度是要改变的, 根据这个思想, 本文对 Heller 的频率预估方程进行改进, 预测频率值的比较证明: 改进后方程的频率预测值比 Heller 的方程更接近于闭式空腔声学模型方程的结果; 改进后方程是合理、正确的。

参考文献:

[1] Rossiter J E. Wind tunnel experiments on the flow over rectangular cavities at subsonic and transonic speeds[R] . Ministry of Aviation, Aeronautical Research Council,

R& M3438, 1964.

[ 2] Heller H H, Bliss D B. The physics mechanisms of flow induced press fluctuation in cavies and concepts for their suppression[R]. AIAA Paper-1975-491.

[ 3] Unalmis O H, Clemens N T, Dolling D S. Cavity oscillation mechanisms in high speed flows [ J]. AIAA Journal, 2004, 42(10): 2 035-2 041.

[ 4] Mark F Reeder, Subramanian C. Mean and instantaneous flow properties of an object exiting a cavity [ R]. AIAA-2003- 3723.

[ 5] Arunajatesan S, Sinha N, Menon S. Towards hybrid LES-RANS computations of cavity flow fields[ R]. AIAA paper 2000- 0401.

[ 6] Baysal O, Srinivasan S, Stalling R L. Unsteady viscous calculations of supersonic flows past deep and shallow three dimensional cavities[ R]. AIAA-88-0101.

[ 7] Si H, Wang T, Luo X. A fully implicit solver of 3-D euler equations on multiblock curvilinear grids [ J]. Modern Physics Letters B, 2005, 19(28-29): 1483-1486.

[ 8] Bauer R C, Dix R E. Engineering model of unsteady flow in a cavity[R]. Calspan Corp. / AEDC Operations, Arnold Engineering Development Center TR-91-17, Dec. 1991.